



CM2

Cryptographie symétrique · AES et modes d'opération

Module Cryptographie · Première année ingénieur




<https://kahoot.isen-cyber.ovh>



Rappel CM1

L'essentiel à retenir

Les 3 piliers de la sécurité (CIA)

-  **Confidentialité** (*Confidentiality*) — seuls les destinataires autorisés peuvent lire le message
-  **Intégrité** (*Integrity*) — le message n'a pas été modifié en transit
-  **Authentication** (*Authentication*) — on sait qui a envoyé le message

Et un 4ème principe essentiel :

-  **Non-répudiation** — l'expéditeur **ne peut pas nier** avoir envoyé le message (preuve)



Quel pilier est concerné ?

Situation 1 : Vous envoyez un message sur WhatsApp. Personne d'autre que votre destinataire ne peut le lire.

→ **Confidentialité** 🔒

Situation 2 : Vous téléchargez un logiciel. Vous vérifiez que le fichier n'a pas été corrompu avec un hash SHA-256.

→ **Intégrité** ✓

Situation 3 : Votre navigateur vérifie le certificat de google.com pour s'assurer que c'est bien Google et pas un imposteur.

→ **Authentification** 👤

Quel pilier est concerné ? (suite)


Situation 4 : Un client signe électroniquement un contrat. Il ne peut pas dire ensuite "ce n'est pas moi qui ai signé".

→ **Non-répudiation** 

Situation 5 : Quelqu'un intercepte votre virement bancaire et change le montant de 100€ à 10 000€.






→ Violation de l'**intégrité**  (et potentiellement de l'authentification)


Situation 6 : Votre voisin capte votre WiFi et lit vos emails.

→ Violation de la **confidentialité** 



Les fondamentaux

-  **Chiffrement** : transformer un message clair en message illisible
-  **Déchiffrement** : retrouver le clair **avec** la clé
-  **Décryptage** : retrouver le clair **sans** la clé (= casser le chiffrement)
-  **Clé** : paramètre secret qui contrôle le chiffrement
-  **Espace de clés** : nombre total de clés possibles (2^n pour n bits)

"La sécurité d'un système ne doit pas dépendre du secret de l'algorithme, mais **uniquement du secret de la clé.**" 

- Auguste Kerckhoffs, 1883



3000 ans en un slide

| Époque | Système | Faiblesse |
|----------------|-----------------------------|--|
| ~700 av. J.-C. | Scytale (transposition) | Peu de bâtons possibles |
| ~50 av. J.-C. | César (substitution) | 26 clés → force brute triviale |
| IXe siècle | Al-Kindi | Casse César par analyse fréquentielle |
| XVIe siècle | Vigenère (polyalphabétique) | "Indéchiffrable" 300 ans... puis cassé |
| 1939-45 | Enigma (rotors) | Cassé par Turing & les Polonais |

→ **Pattern** : chaque système est cassé par la génération suivante.

⊕ Le XOR : brique fondamentale

Rappel de l'opération XOR (OU exclusif) :

```
0 ⊕ 0 = 0      "Même → 0"  
0 ⊕ 1 = 1      "Différent → 1"  
1 ⊕ 0 = 1  
1 ⊕ 1 = 0
```



Propriété magique : le XOR est **sa propre inverse** !

```
Message ⊕ Clé = Chiffré  
Chiffré ⊕ Clé = Message    ← on retrouve le message !
```

C'est l'opération de base de **toute la crypto moderne**. On va la retrouver partout dans AES. 



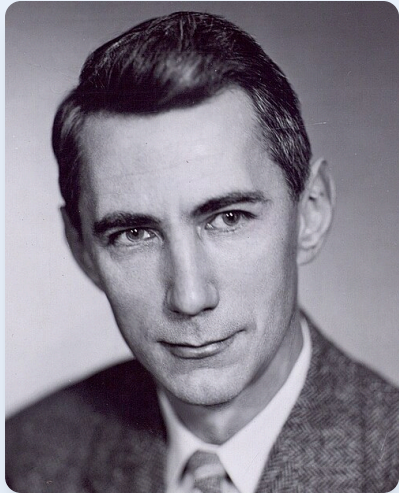
Du César à AES

| | César | AES |
|----------------|--|---|
| Type | Substitution simple | Chiffrement par blocs |
| Clé | 1 nombre (0-25) | 128/192/256 bits |
| Espace de clés | 26 | 2^{128} à 2^{256} |
| Cassable ? |  Instantanément |  Pas avant la fin de l'univers |

Même principe : une clé transforme un message clair en message chiffré.




Complexité radicalement différente.

➔ Comment est-on passé de l'un à l'autre ? Il y a eu une étape intermédiaire : **DES**.



Claude Shannon (1916–2001)



Le "père de la théorie de l'information".


-  **1948** : *A Mathematical Theory of Communication* — invente la théorie de l'information, définit le **bit** comme unité fondamentale
-  **1949** : *Communication Theory of Secrecy Systems* — pose les bases mathématiques de la cryptographie moderne
-  Sa thèse de master (1937) prouve que l'algèbre de Boole peut réaliser n'importe quel circuit logique → **fondement de l'informatique**

Un seul homme a fondé deux disciplines majeures : **la théorie de l'information** et **la cryptographie mathématique**.

Confusion et diffusion (Shannon, 1949)

Dans *Communication Theory of Secrecy Systems*, Shannon définit **deux propriétés** essentielles pour un bon chiffrement :

-  **Confusion** : rendre la relation entre la **clé** et le **chiffré** la plus complexe possible
 - → Chaque bit du chiffré dépend de **plusieurs bits de la clé**
 - → Réalisée par la **substitution** (remplacer des symboles par d'autres)
-  **Diffusion** : répartir l'influence de chaque bit du **clair** sur **tout le chiffré**
 - → Changer 1 bit du clair change ~50% des bits du chiffré
 - → Réalisée par la **transposition** (réarranger les positions)

 Rappel CM1 : le chiffre **ADFGVX** (1918) combinait déjà les deux ! Substitution via la grille 6×6, puis transposition par colonnes. Shannon a formalisé ce que les militaires faisaient intuitivement.

Confusion et diffusion en pratique

| Principe | Opération | Effet | Dans ADFGVX |
|------------------|---------------|------------------------------|-----------------------------|
| Confusion | Substitution | Masque le lien clé ↔ chiffré | Grille 6×6 (lettre → paire) |
| Diffusion | Transposition | Propage chaque bit partout | Réarrangement par colonnes |

Rappel CM1 : ADFGVX fait d'abord une **substitution** (chaque lettre → deux symboles via la grille), puis une **transposition** (colonnes mélangées selon la clé).

Un bon chiffrement **combine les deux**. C'est exactement ce que font **DES** et **AES** : empiler des rounds qui alternent confusion et diffusion.



DES

Data Encryption Standard (1977)



DES : contexte

Années 1970 : le gouvernement américain a besoin d'un **standard de chiffrement**.

- 🏢 **1973** : le NIST lance un appel à propositions
- 💡 **IBM** propose un algorithme conçu par **Horst Feistel**
- 📜 **1977** : **DES** devient le standard mondial
- 📐 Bloc de **64 bits**, clé de **56 bits**, **16 rounds**

La grande idée de DES : la **structure de Feistel** — un schéma élégant qu'on retrouve dans beaucoup d'algorithmes modernes.

Structure de Feistel : le principe

Le bloc de 64 bits est **coupé en deux** : moitié gauche (**L**) et moitié droite (**R**).

À chaque round :

1. **R** passe dans une fonction **F** avec la sous-clé du round **K_i**
2. On **XOR** le résultat avec **L**
3. On **échange** L et R

```
Nouveau L = ancien R  
Nouveau R = ancien L XOR F(ancien R, Ki)
```

On répète ça **16 fois**, avec une sous-clé différente à chaque round.

Feistel à la main (exemple simplifié)

Prenons un bloc de **8 bits** (au lieu de 64) et une seule round :

```
Bloc      : 1010 1100
L0       : 1010           R0 : 1100
Clé K1  : 0111
```

Étape 1 — Fonction F : on fait un XOR entre R0 et K1 (dans le vrai DES, F est plus complexe)

```
F(R0, K1) = 1100 XOR 0111 = 1011
```

Étape 2 — XOR avec L0 :

```
L0 XOR F = 1010 XOR 1011 = 0001
```

Étape 3 — Échange :

```
L1 = R0      = 1100
R1 = résultat = 0001
```

Feistel : et le déchiffrement ?

La magie de Feistel : pour déchiffrer, on applique **le même algorithme** avec les sous-clés **à l'envers**.

Reprenons notre exemple — on part de `1100 0001` :

```
L1 = 1100          R1 = 0001
F(L1, K1) = 1100 XOR 0111 = 1011
R1 XOR F    = 0001 XOR 1011 = 1010
```

Résultat : `1010 1100` ← on retrouve le bloc original !

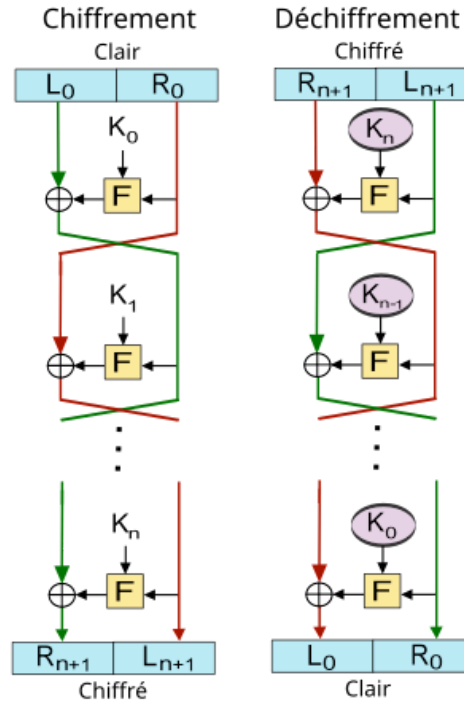
Pourquoi ça marche ? Grâce au XOR qui est sa propre inverse :

$$A \text{ XOR } B \text{ XOR } B = A$$

→ Un seul circuit pour chiffrer ET déchiffrer. C'est pour ça que Feistel est si élégant.



Feistel : chiffrement et déchiffrement







À gauche : chiffrement avec les clés K_0, K_1, \dots, K_n . À droite : déchiffrement avec les **mêmes clés dans l'ordre inverse**.



DES est cassé (1999)

Le problème de DES : sa clé de **56 bits** est trop courte.

-  La NSA avait réduit la clé de 128 à 56 bits (pour pouvoir le casser si besoin)
 -  **1999** : l'EFF construit **Deep Crack** pour 250 000 \$
 -  DES cassé en **22 heures** par force brute
 -  Aujourd'hui : un GPU casserait DES en **quelques minutes**
- ➔ 56 bits ne suffisent plus. Il faut un remplaçant.



Les tentatives : 2DES et 3DES

Idée naturelle : appliquer DES plusieurs fois pour augmenter la sécurité.

- **✗ 2DES** (2 clés, 2 passes) : semble offrir 112 bits de sécurité, mais une attaque astucieuse (*meet-in-the-middle*) réduit ça à **~57 bits** → quasi inutile
- **✓ 3DES** (3 clés, 3 passes : Encrypt-Decrypt-Encrypt) : sécurité effective de **112 bits** → suffisant pendant ~20 ans

```
3DES : Chiffré = DES(K3, DES-1(K2, DES(K1, Message)))
```

Mais 3DES est 3x plus lent et reste limité à des blocs de 64 bits.

Deprecated par le NIST en **2023**. Le monde avait besoin d'un **vrai** remplaçant → **AES**.



Taille de clé et résistance

Combien de bits pour être en sécurité ?

1 2 3 4 56 bits vs 128 bits vs 256 bits

| Taille | Nombre de clés | Temps estimé (1 milliard/s) | Algo |
|----------|----------------------|---|---------|
| 56 bits | 7.2×10^{16} |  ~2.3 ans | DES |
| 112 bits | 5.2×10^{33} |  ~ 10^{17} ans | 3DES |
| 128 bits | 3.4×10^{38} |  ~ 10^{22} ans | AES-128 |
| 256 bits | 1.2×10^{77} |   ~ 10^{60} ans | AES-256 |

L'âge de l'univers : $\sim 1.4 \times 10^{10}$ ans.

AES-128 demanderait 10^{12} fois l'âge de l'univers pour être cassé par force brute. 🤖

1 2 3 4 Chaque bit double la difficulté

Ajouter **1 bit** à la clé → **2× plus** de clés à tester.

```
56 bits → 72 quadrillions de clés
57 bits → 144 quadrillions      (×2)
58 bits → 288 quadrillions      (×2)
...
128 bits → 340 undécillions
```

De 56 à 128 bits = 72 bits de plus = 2⁷² fois plus de clés.

$2^{72} \approx 4.7 \times 10^{21} = \mathbf{4\ 700\ milliards\ de\ milliards}$ de fois plus difficile.

C'est pour ça que la NSA voulait 56 et pas 128 : **72 bits de différence, c'est un gouffre.** 🕒

Et les ordinateurs quantiques ?

Algorithme de Grover : réduit la force brute à la **racine carrée**.

Clé classique

Sécurité post-quantique

AES-128 (2^{128})

$2^{64} \rightarrow$ ⚠️ potentiellement cassable

AES-256 (2^{256})

$2^{128} \rightarrow$ ✅ toujours sûr

Recommandation : utiliser AES-256 pour être **quantum-resistant** 🚀

(Les ordinateurs quantiques capables de ça n'existent pas encore, mais on anticipe.)





AES : Advanced Encryption Standard

Le compétition (1997-2001)



La compétition AES

1997 : le NIST lance un appel mondial pour remplacer DES.






-  **15 candidats** soumis par des équipes du monde entier
-  Critères : sécurité, performance, simplicité, flexibilité
-  **5 finalistes** : Rijndael, Serpent, Twofish, RC6, MARS
-  **2001 : Rijndael** est choisi → devient AES

Conçu par deux cryptographes belges : **Joan Daemen** et **Vincent Rijmen**.

 Rijndael = **Rijn**men + **Daemen**



Pourquoi Rijndael a gagné ?

-  **Sécurité** : aucune attaque significative trouvée pendant la compétition
-  **Performance** : très rapide en software ET hardware
-  **Simplicité** : design élégant et analysable
-  **Flexibilité** : supporte 128, 192 et 256 bits de clé
-  **Transparence** : entièrement public, analysé par des centaines de cryptographes

Contrairement à DES, **pas d'intervention de la NSA** cette fois. Processus ouvert et transparent.

AES : structure interne

Comment ça marche concrètement



AES : vue d'ensemble

Chiffrement par blocs symétrique

-  Taille de bloc : **128 bits** (16 octets), toujours
-  Tailles de clé : **128, 192** ou **256** bits
-  Nombre de rounds :
 - 128 bits → **10 rounds**
 - 192 bits → **12 rounds**
 - 256 bits → **14 rounds**

Chaque round applique **4 opérations** qui transforment le bloc.

Plus la clé est longue → plus de rounds → plus de sécurité.



Rappel : la table ASCII

Chaque caractère est codé sur **1 octet** (8 bits) = une valeur **hexadécimale** de 00 à FF.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|---|----|---|-----|---|-----|---|-----|---|-----|---|-----|---|-----|---|-----|---|
| 0 | | 24 | ↑ | 48 | 0 | 72 | H | 96 | ` | 120 | x | 144 | É | 168 | è | 192 | Ì | 216 | ± | 240 | ≡ |
| 1 | ␣ | 25 | ↓ | 49 | 1 | 73 | I | 97 | a | 121 | y | 145 | æ | 169 | é | 193 | Í | 217 | ⌋ | 241 | ≡ |
| 2 | ␣ | 26 | → | 50 | 2 | 74 | J | 98 | b | 122 | z | 146 | æ | 170 | ë | 194 | Î | 218 | ⌋ | 242 | ≡ |
| 3 | ♥ | 27 | ← | 51 | 3 | 75 | K | 99 | c | 123 | { | 147 | ò | 171 | ⌘ | 195 | Ï | 219 | ⌋ | 243 | ≡ |
| 4 | ♦ | 28 | ↔ | 52 | 4 | 76 | L | 100 | d | 124 | | 148 | ó | 172 | ⌘ | 196 | Ĳ | 220 | ⌋ | 244 | ≡ |
| 5 | ♣ | 29 | ↕ | 53 | 5 | 77 | M | 101 | e | 125 | } | 149 | ô | 173 | ⌘ | 197 | Ĵ | 221 | ⌋ | 245 | ≡ |
| 6 | ♣ | 30 | ▲ | 54 | 6 | 78 | N | 102 | f | 126 | ~ | 150 | ù | 174 | ⌘ | 198 | Ķ | 222 | ⌋ | 246 | ≡ |
| 7 | | 31 | ▼ | 55 | 7 | 79 | O | 103 | g | 127 | Δ | 151 | û | 175 | ⌘ | 199 | ĸ | 223 | ⌋ | 247 | ≡ |
| 8 | | 32 | | 56 | 8 | 80 | P | 104 | h | 128 | Ç | 152 | ü | 176 | ⌘ | 200 | Ĺ | 224 | α | 248 | ≡ |
| 9 | | 33 | ! | 57 | 9 | 81 | Q | 105 | i | 129 | Û | 153 | ÿ | 177 | ⌘ | 201 | Ļ | 225 | β | 249 | ≡ |
| 10 | | 34 | " | 58 | : | 82 | R | 106 | j | 130 | é | 154 | Û | 178 | ⌘ | 202 | ŀ | 226 | Γ | 250 | ≡ |
| 11 | ♂ | 35 | # | 59 | ; | 83 | S | 107 | k | 131 | â | 155 | ç | 179 | ⌘ | 203 | Ń | 227 | Π | 251 | ≡ |
| 12 | ♀ | 36 | \$ | 60 | < | 84 | T | 108 | l | 132 | ä | 156 | £ | 180 | ⌘ | 204 | Ņ | 228 | Σ | 252 | ≡ |
| 13 | | 37 | % | 61 | = | 85 | U | 109 | m | 133 | à | 157 | ¥ | 181 | ⌘ | 205 | Ň | 229 | σ | 253 | ≡ |
| 14 | ♪ | 38 | & | 62 | > | 86 | U | 110 | n | 134 | ã | 158 | ₹ | 182 | ⌘ | 206 | Ŋ | 230 | μ | 254 | ≡ |
| 15 | α | 39 | . | 63 | ? | 87 | W | 111 | o | 135 | ç | 159 | ₣ | 183 | ⌘ | 207 | Ō | 231 | γ | 255 | ≡ |
| 16 | ▶ | 40 | (| 64 | @ | 88 | X | 112 | p | 136 | ê | 160 | ₹ | 184 | ⌘ | 208 | Ű | 232 | ⌋ | 255 | ≡ |
| 17 | ◀ | 41 |) | 65 | A | 89 | Y | 113 | q | 137 | ë | 161 | í | 185 | ⌘ | 209 | Ų | 233 | θ | | |
| 18 | ↓ | 42 | * | 66 | B | 90 | Z | 114 | r | 138 | è | 162 | ó | 186 | ⌘ | 210 | Ŵ | 234 | Ω | | |
| 19 | !! | 43 | + | 67 | C | 91 | [| 115 | s | 139 | í | 163 | ú | 187 | ⌘ | 211 | Ŷ | 235 | ⊖ | | |
| 20 | ¶ | 44 | , | 68 | D | 92 | \ | 116 | t | 140 | î | 164 | ñ | 188 | ⌘ | 212 | Ÿ | 236 | ∞ | | |
| 21 | § | 45 | - | 69 | E | 93 |] | 117 | u | 141 | ï | 165 | Ñ | 189 | ⌘ | 213 | Ź | 237 | ∅ | | |
| 22 | ■ | 46 | . | 70 | F | 94 | ^ | 118 | v | 142 | ÿ | 166 | à | 190 | ⌘ | 214 | Ż | 238 | € | | |
| 23 | ‡ | 47 | / | 71 | G | 95 | _ | 119 | w | 143 | ÿ | 167 | á | 191 | ⌘ | 215 | Ž | 239 | ∩ | | |

AES travaille sur des **octets** (valeurs 0x00 à 0xFF).

Quand on chiffre "Hello" , AES voit : 48 65 6C 6C 6F

AES : l'état (State)

Le bloc de 128 bits (16 octets) est organisé en **matrice 4×4** d'octets :

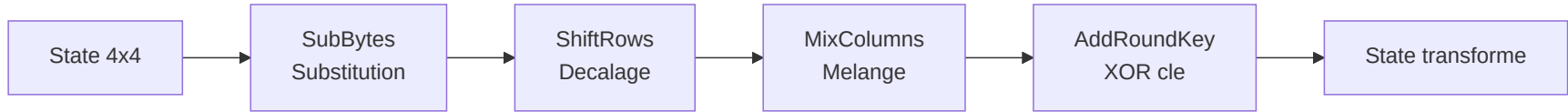
```
Message : "Hello AES World!" (16 caractères = 16 octets)
H e l l o (sp) A E S (sp) W o r l d !
48 65 6C 6C 6F 20 41 45 53 20 57 6F 72 6C 64 21
```

La matrice **State** est remplie **colonne par colonne** :

```
| 48 (H) | 6F (o) | 53 (S) | 72 (r) |
| 65 (e) | 20 ( ) | 20 ( ) | 6C (l) |
| 6C (l) | 41 (A) | 57 (W) | 64 (d) |
| 6C (l) | 45 (E) | 6F (o) | 21 (!) |
```

Chaque case = **1 octet** (8 bits, valeur 0x00 à 0xFF). La matrice est toujours **pleine** (16 cases pour 16 octets).

AES : un round



4 opérations par round, répétées **10/12/14 fois**.

Le dernier round **n'a pas de MixColumns** (raison : n'ajoute pas de sécurité au dernier tour et facilite le déchiffrement).



SubBytes

La substitution non-linéaire



SubBytes : principe

Chaque octet du State est **remplacé** par un autre octet via une **table de substitution** (S-Box).

Entrée : 0x53 → Sortie : 0xED

Entrée : 0x6C → Sortie : 0x50

Entrée : 0x00 → Sortie : 0x63

- La S-Box est une **table fixe** de 256 entrées (une pour chaque valeur d'octet 0x00 à 0xFF)
- La même S-Box est utilisée pour **tous les rounds, toutes les clés**
- Elle est **publique** (principe de Kerckhoffs !)



La S-Box AES complète

On lit la table : **ligne = premier chiffre hex, colonne = deuxième chiffre hex.**

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0A | 0B | 0C | 0D | 0E | 0F |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 0 | 63 | 7C | 77 | 7B | F2 | 6B | 6F | C5 | 30 | 1 | 67 | 2B | FE | D7 | AB | 76 |
| 10 | CA | 82 | C9 | 7D | FA | 59 | 47 | F0 | AD | D4 | A2 | AF | 9C | A4 | 72 | C0 |
| 20 | B7 | FD | 93 | 26 | 36 | 3F | F7 | CC | 34 | A5 | E5 | F1 | 71 | D8 | 31 | 15 |
| 30 | 4 | C7 | 23 | C3 | 18 | 96 | 5 | 9A | 7 | 12 | 80 | E2 | EB | 27 | B2 | 75 |
| 40 | 9 | 83 | 2C | 1A | 1B | 6E | 5A | A0 | 52 | 3B | D6 | B3 | 29 | E3 | 2F | 84 |
| 50 | 53 | D1 | 0 | ED | 20 | FC | B1 | 5B | 6A | CB | BE | 39 | 4A | 4C | 58 | CF |
| 60 | D0 | EF | AA | FB | 43 | 4D | 33 | 85 | 45 | F9 | 2 | 7F | 50 | 3C | 9F | A8 |
| 70 | 51 | A3 | 40 | 8F | 92 | 9D | 38 | F5 | BC | B6 | DA | 21 | 10 | FF | F3 | D2 |
| 80 | CD | 0C | 13 | EC | 5F | 97 | 44 | 17 | C4 | A7 | 7E | 3D | 64 | 5D | 19 | 73 |
| 90 | 60 | 81 | 4F | DC | 22 | 2A | 90 | 88 | 46 | EE | B8 | 14 | DE | 5E | 0B | DB |
| A0 | E0 | 32 | 3A | 0A | 49 | 6 | 24 | 5C | C2 | D3 | AC | 62 | 91 | 95 | E4 | 79 |
| B0 | E7 | C8 | 37 | 6D | 8D | D5 | 4E | A9 | 6C | 56 | F4 | EA | 65 | 7A | AE | 8 |
| C0 | BA | 78 | 25 | 2E | 1C | A6 | B4 | C6 | E8 | DD | 74 | 1F | 4B | BD | 8B | 8A |
| D0 | 70 | 3E | B5 | 66 | 48 | 3 | F6 | 0E | 61 | 35 | 57 | B9 | 86 | C1 | 1D | 9E |
| E0 | E1 | F8 | 98 | 11 | 69 | D9 | 8E | 94 | 9B | 1E | 87 | E9 | CE | 55 | 28 | DF |
| F0 | 8C | A1 | 89 | 0D | BF | E6 | 42 | 68 | 41 | 99 | 2D | 0F | B0 | 54 | BB | 16 |

Exemple : octet **0x53** → Ligne **50**, colonne **3** → résultat : **0xED**



SubBytes : exemple complet

Avant SubBytes :

| | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--|
| 48 (H) | 6F (o) | 53 (S) | 72 (r) | |
| 65 (e) | 20 () | 20 () | 6C (l) | |
| 6C (l) | 41 (A) | 57 (W) | 64 (d) | |
| 6C (l) | 45 (E) | 6F (o) | 21 (!) | |

Après SubBytes (chaque octet remplacé via la S-Box) :

| | | | | |
|----|----|----|----|--|
| 52 | A8 | ED | 40 | |
| 4D | B7 | B7 | 50 | |
| 50 | 83 | 5B | 43 | |
| 50 | 6E | A8 | FD | |

Chaque octet est transformé **indépendamment**. C'est de la **confusion** (Shannon).



Pourquoi cette S-Box ?

La S-Box n'est **pas aléatoire**. Elle a été construite mathématiquement pour :

- **✗ Pas de point fixe** : aucun octet ne se transforme en lui-même ($S[x] \neq x$)
- **✗ Pas d'anti-point fixe** : $S[x] \neq \bar{x}$ (complément)
- **🔀 Non-linéarité maximale** : résistante aux attaques linéaires et différentielles
- **✓ Inversible** : pour pouvoir déchiffrer, il faut une S-Box inverse

C'est la partie qui rend AES **résistant aux attaques mathématiques**.

Sans la S-Box, AES serait juste un système linéaire → cassable facilement.



ShiftRows

Le décalage des lignes



ShiftRows : principe

Chaque **ligne** de la matrice est décalée vers la gauche d'un nombre de positions différent.

```
Ligne 0 : pas de décalage    (shift 0)
Ligne 1 : décalage de 1     (shift 1)
Ligne 2 : décalage de 2     (shift 2)
Ligne 3 : décalage de 3     (shift 3)
```

Objectif : mélanger les octets entre les colonnes.

Avant ShiftRows, chaque colonne est traitée indépendamment. Après, les octets d'une colonne viennent de **colonnes différentes** → **diffusion**.



ShiftRows : exemple

Avant ShiftRows (= après SubBytes) :

```
| 52 A8 ED 40 | ← Ligne 0 : pas de décalage
| 4D B7 B7 50 | ← Ligne 1 : shift 1
| 50 83 5B 43 | ← Ligne 2 : shift 2
| 50 6E A8 FD | ← Ligne 3 : shift 3
```

Après ShiftRows :

```
| 52 A8 ED 40 | ← inchangée
| B7 B7 50 4D | ← 4D passe à la fin
| 5B 43 50 83 | ← 50,83 passent à la fin
| FD 50 6E A8 | ← 50,6E,A8 passent à la fin
```

Simple mais efficace : les octets sont maintenant **redistribués** entre les colonnes. 



MixColumns

Le mélange des colonnes



MixColumns : principe

Chaque **colonne** (4 octets) est transformée par une **multiplication matricielle**.

$$\begin{array}{|c|} \hline a_0 \\ \hline a_1 \\ \hline a_2 \\ \hline a_3 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|cccc|} \hline 2 & 3 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 3 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 3 & 1 & 1 & 2 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline a_0 \\ \hline a_1 \\ \hline a_2 \\ \hline a_3 \\ \hline \end{array}$$

La **matrice est toujours la même** (constante fixe d'AES).

Les opérations se font dans **GF(2⁸)** — le **corps de Galois** à 256 éléments :

- L'**addition** = XOR (pas de retenue, pas de dépassement)
- La **multiplication** = multiplication de polynômes modulo un polynôme irréductible

Concrètement : ça garantit que chaque résultat reste **un octet** (0x00–0xFF), et que chaque opération est **inversible** — indispensable pour pouvoir déchiffrer.



MixColumns : intuition

Ce qu'il faut retenir (sans les maths) :

- Chaque octet de sortie dépend des **4 octets d'entrée** de la colonne
- Si **1 octet** change en entrée → les **4 octets** de la colonne changent en sortie
- C'est de la **diffusion** maximale au sein d'une colonne

Exemple réel — on prend la 1ère colonne et on applique MixColumns :

```
Colonne avant : | 52 | 83 | 40 | 63 |  
Colonne après : | 19 | EC | F4 | F3 |
```

Changeons juste 52 → 53 (1 seul bit de différence) :

```
Colonne avant : | 53 | 83 | 40 | 63 |  
Colonne après : | 1B | ED | F5 | F0 | ← les 4 octets changent !
```



MixColumns : pourquoi ces coefficients ?

```
| 2 3 1 1 |  
| 1 2 3 1 |  
| 1 1 2 3 |  
| 3 1 1 2 |
```

- **Coefficients 1, 2, 3** : les plus petits possibles → calcul rapide
- **Matrice circulante** : chaque ligne est un décalage de la précédente → structure régulière
- **Inversible** : il existe une matrice inverse (nécessaire pour le déchiffrement)
- **Diffusion optimale** : le minimum de coefficients nécessaire pour que chaque sortie dépende de toutes les entrées

⊕ AddRoundKey

L'injection de la clé

⊕ AddRoundKey : principe

Le State est **XORé** bit à bit avec une **sous-clé** de 128 bits (dérivée de la clé principale).

```
State ⊕ Sous-clé du round = State transformé
```

Exemple (un seul octet) :

```
State      : 0x52 = 0101 0010
Sous-clé   : 0xA3 = 1010 0011
           ⊕
Résultat   : 0xF1 = 1111 0001
```

C'est l'opération qui **injecte la clé** 🗝️

Sans AddRoundKey, le chiffrement serait identique quelle que soit la clé → inutile !

Key Schedule (expansion de clé)





La clé principale (128/192/256 bits) est **étendue** en plusieurs sous-clés :

- AES-128 : 1 clé → **11 sous-clés** de 128 bits (1 initiale + 10 rounds)
- AES-192 : 1 clé → **13 sous-clés**
- AES-256 : 1 clé → **15 sous-clés**

Chaque round utilise une sous-clé différente.

Le Key Schedule utilise aussi la S-Box et des constantes (Rcon) pour dériver les sous-clés. Chaque sous-clé dépend de la clé originale de manière complexe.

AES : résumé des 4 opérations

| Opération | Ce qu'elle fait | Propriété (Shannon) |
|--|----------------------------------|-------------------------|
|  SubBytes | Remplace chaque octet via S-Box | Confusion |
|  ShiftRows | Décale les lignes | Diffusion |
|  MixColumns | Mélange chaque colonne (matrice) | Diffusion |
|  AddRoundKey | XOR avec la sous-clé du round | Injection de clé |

Confusion = rendre la relation clé/chiffré complexe (S-Box non-linéaire)

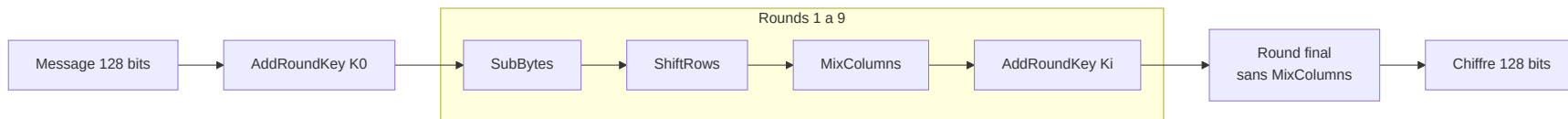
Diffusion = un changement d'1 bit se propage partout (ShiftRows + MixColumns)

Les deux ensemble → **effet avalanche** : 1 bit changé dans le clair → ~50% des bits du chiffré changent.





AES complet : vue d'ensemble





Et le déchiffrement ?

AES est **inversible** : chaque opération a son inverse.

| Chiffrement | Déchiffrement |
|-----------------------------|--|
| SubBytes (S-Box) | InvSubBytes (S-Box inverse) |
| ShiftRows (décalage gauche) | InvShiftRows (décalage droite) |
| MixColumns (matrice M) | InvMixColumns (matrice M^{-1}) |
| AddRoundKey (\oplus clé) | AddRoundKey (\oplus clé) ← même opération ! |

Le déchiffrement applique les opérations **inverses** dans l'**ordre inverse**, avec les sous-clés à l'envers.

Note : AddRoundKey est son propre inverse car $A \oplus K \oplus K = A$ (propriété du XOR).



L'effet avalanche en action

Deux messages qui diffèrent d'un seul caractère — testons avec `openssl` :

```
KEY="0123456789abcdef0123456789abcdef"
```

```
IV="00000000000000000000000000000000"
```


```
echo -n "Hello AES World!" | openssl enc -aes-128-cbc -K $KEY -iv $IV -nopad | xxd -p
```

```
# → ed7df692101a6a6270cd5b00f7c5768d
```

```
echo -n "Hello AES World?" | openssl enc -aes-128-cbc -K $KEY -iv $IV -nopad | xxd -p
```

```
# → e5d1363d5f8cfd1be49dd33577905fb
```

Même clé, même IV, un seul ! → ? et le chiffré est **totalelement différent**.

Aucun octet en commun — c'est **l'effet avalanche** 

C'est la combinaison SubBytes + ShiftRows + MixColumns sur **10 rounds** qui crée cette propagation.

→ Impossible de deviner quoi que ce soit sur le clair à partir du chiffré.

Résumé : DES vs 2DES vs 3DES vs AES

| | DES | 2DES | 3DES | AES |
|--------------------|---------|-------------------|---------------|-------------------|
| Année | 1977 | — | ~1998 | 2001 |
| Bloc | 64 bits | 64 bits | 64 bits | 128 bits |
| Clé | 56 bits | 2×56 bits | 3×56 bits | 128/192/256 |
| Sécurité effective | 56 bits | ~57 bits ❌ | 112 bits | 128-256 bits |
| Statut | ❌ Cassé | ❌ Inutile | ⚠️ Deprecated | ✅ Standard |

AES est **le standard mondial** depuis 2001. Utilisé partout : HTTPS, WiFi, disques chiffrés, messageries...





Padding PKCS7

? Le problème du padding

AES chiffre des blocs de **128 bits** (16 octets).

Que faire si le message n'est pas un multiple de 16 octets ?

```
Message : "Hello" → 5 octets  
Bloc AES : 16 octets  
Manque : 11 octets 🤖
```

➡ Il faut **compléter** le dernier bloc.



PKCS7 : la règle

Règle : compléter avec des octets dont la **valeur = nombre d'octets ajoutés**.

```
Message (5 octets) : H e l l o
Padding (11 octets) :          0B 0B 0B 0B 0B 0B 0B 0B 0B 0B 0B
```

Autre exemple — message de 13 octets :

```
Message (13 octets) : H e l l o ,   W o r l d !
Padding (3 octets)  :                               03 03 03
```

Cas particulier : message de 16 octets (= 1 bloc exact) → on ajoute un **bloc entier** de padding (16 × 0x10).

Pourquoi ? Pour que le déchiffrement sache toujours combien retirer. ✂



PKCS7 : déchiffrement

Au déchiffrement, c'est simple :

1. Déchiffrer le dernier bloc
2. Lire la **valeur du dernier octet** → c'est le nombre d'octets de padding
3. Vérifier que les N derniers octets ont bien tous la même valeur
4. Les retirer ✂

Exemple :

```
Bloc déchiffré : ... 48 65 6C 6C 6F 03 03 03
                   ↑ ↑ ↑
Dernier octet = 03 → retirer 3 octets
Message : "Hello"
```



Modes d'opération


Comment enchaîner les blocs

Le problème des blocs

AES chiffre **un bloc de 16 octets** à la fois.

Un message fait souvent **plusieurs blocs**.

Exemple : un email de 1000 caractères = **63 blocs** à chiffrer.

Comment enchaîner les blocs ?  C'est le **mode d'opération**.

 Le choix du mode a un impact **énorme** sur la sécurité.

AES est sûr. Mais **AES mal utilisé** peut être dangereux.

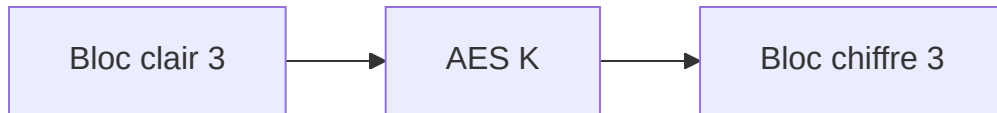
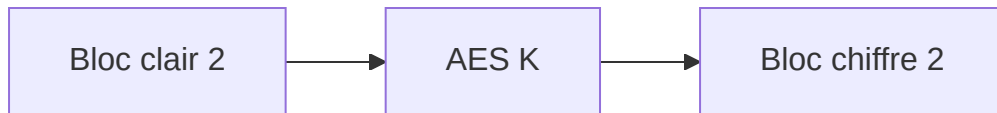
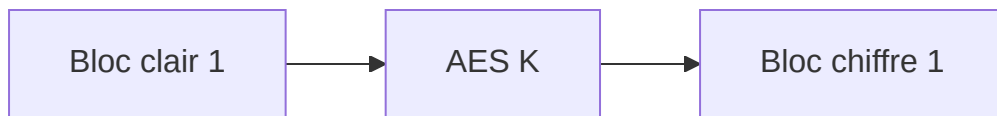


Mode ECB

Electronic Code Book

Mode ECB (Electronic Code Book)

Chaque bloc est chiffré **indépendamment** avec la même clé.



Simple. Rapide. Parallélisable. **Mais...** 🤪

⚠ ECB : le problème fondamental

Deux blocs clairs **identiques** → deux blocs chiffrés **identiques**.

```
Bloc clair 1 : AAAAAAAAAAAAAAAAAA → Bloc chiffré : 7f3e2a...
```

```
Bloc clair 2 : AAAAAAAAAAAAAAAAAA → Bloc chiffré : 7f3e2a... ← identique ! 🤖
```

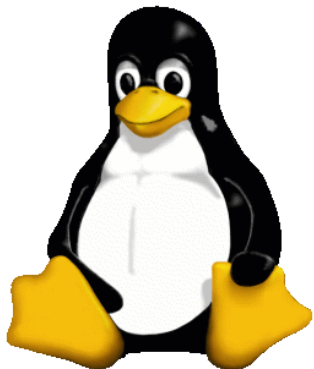
```
Bloc clair 3 : BBBBBBBBBBBBBBBBBB → Bloc chiffré : 9c4d1b...
```

C'est une fonction déterministe : même entrée + même clé = même sortie. Toujours.

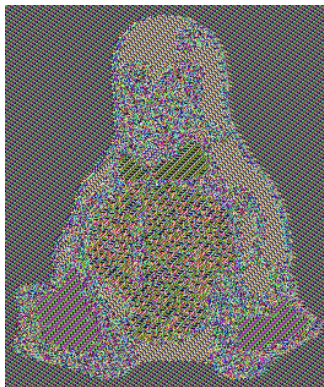
ECB ne cache pas les patterns du message original.



L'effet pingouin : ECB



Original



⚠ Chiffré ECB



✓ Chiffré CBC

Les zones de même couleur produisent les mêmes blocs chiffrés !

➔ **ECB est dangereux. Ne jamais l'utiliser.** ❌



Pourquoi ça se voit sur une image ?

Une image BMP stocke les pixels **ligne par ligne**, sans compression.

- Le fond blanc du pingouin = des **milliers de blocs identiques** (pixels blancs)
- Le ventre blanc = aussi des blocs identiques
- En ECB : tous ces blocs blancs → **même chiffré**
- Les couleurs changent... mais les **zones de même couleur** restent visibles

Le chiffrement ECB préserve la structure de l'image.

C'est comme si on avait juste changé la palette de couleurs — la silhouette reste. 🎨

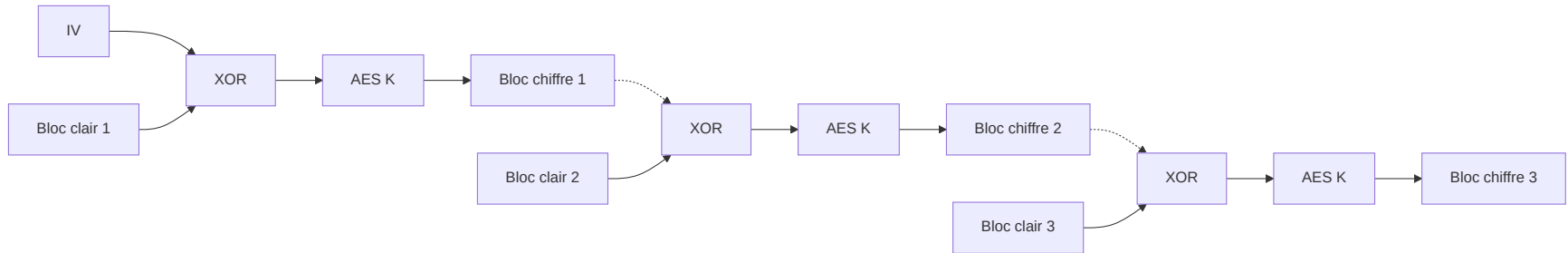


Mode CBC

Cipher Block Chaining

Mode CBC (Cipher Block Chaining)

Chaque bloc clair est **XORé** avec le bloc chiffré précédent avant d'être chiffré.







CBC : le vecteur d'initialisation (IV)

Le **premier bloc** n'a pas de bloc chiffré précédent.

➔ On utilise un **IV** (Initialization Vector) aléatoire de 16 octets.

Propriétés :

-  L'IV est **différent** à chaque chiffrement
-  L'IV n'est **pas secret** : il est transmis en clair avec le chiffré
-  L'IV doit être **aléatoire et imprévisible** (sinon, attaques possibles)
-  L'IV fait **16 octets** (= taille d'un bloc AES)

✓ CBC : pourquoi c'est mieux

Deux blocs clairs **identiques** → deux blocs chiffrés **différents** !

Pourquoi ?

Bloc 1 : $\text{Clair}_1 \oplus \text{IV}$ → les entrées d'AES sont différentes (IV aléatoire)

Bloc 2 : $\text{Clair}_2 \oplus \text{Chiffré}_1$ → même si $\text{Clair}_2 = \text{Clair}_1$, $\text{Chiffré}_1 \neq \text{IV}$

Le chaînage **casse les patterns**.

 L'effet pingouin en CBC → **bruit aléatoire**, silhouette invisible. ✓



CBC : le chaînage en détail

Bloc 1 : $C_1 = \text{AES}(K, P_1 \oplus \text{IV})$

Bloc 2 : $C_2 = \text{AES}(K, P_2 \oplus C_1)$

Bloc 3 : $C_3 = \text{AES}(K, P_3 \oplus C_2)$

...

Déchiffrement :

$P_1 = \text{AES}^{-1}(K, C_1) \oplus \text{IV}$

$P_2 = \text{AES}^{-1}(K, C_2) \oplus C_1$

$P_3 = \text{AES}^{-1}(K, C_3) \oplus C_2$

...

Remarque : le déchiffrement de chaque bloc ne dépend que du bloc chiffré précédent → **parallélisable** au déchiffrement (mais pas au chiffrement).



ECB vs CBC : résumé

| | ECB | CBC |
|--------------------------------|----------------|---------------------|
| Blocs identiques | ✗ Même chiffré | ✓ Chiffré différent |
| Patterns | ✗ Visibles | ✓ Cachés |
| IV nécessaire | Non | Oui (aléatoire) |
| Parallélisable (chiffrement) | ✓ Oui | ✗ Non |
| Parallélisable (déchiffrement) | ✓ Oui | ✓ Oui |
| Sécurité | ✗ Dangereux | ✓ Sûr |

En pratique : on n'utilise **jamais** ECB pour chiffrer des données réelles.

Attaque par clair connu sur le XOR

Pourquoi le XOR seul ne suffit pas



Le chiffrement XOR simple

L'idée la plus simple : chiffrer en faisant un **XOR** entre le message et la clé (répétée).

```
Message : H e l l o      (en hex : 48 65 6C 6C 6F)
Clé      : S E C        (en hex : 53 45 43)
```

On répète la clé pour couvrir le message, puis on XOR octet par octet :

```
Message : 48 65 6C 6C 6F
Clé      : 53 45 43 53 45 (SEC répété)
          XOR XOR XOR XOR XOR
Chiffré  : 1B 20 2F 3F 2A
```

Ça a l'air sûr... **mais si l'attaquant connaît un bout du message clair ?**

Attaque par clair connu (*known-plaintext*)

Scénario : Eve intercepte le chiffré et sait que le message commence par "Hello" (par exemple, un email commence toujours par un header connu).

Elle connaît le **clair** et le **chiffré** → elle peut retrouver la **clé** !

```
Chiffré connu : 1B 20 2F 3F 2A
Clair connu   : 48 65 6C 6C 6F ("Hello")
                XOR XOR XOR XOR XOR
Clé retrouvée: 53 45 43 53 45
```

En ASCII : 53 45 43 = "**SEC**" → la clé est retrouvée !

Pourquoi ça marche ? Car $A \text{ XOR } B = C$ implique $C \text{ XOR } A = B$

Si on connaît 2 des 3 valeurs, on retrouve la 3ème.

Leçons de cette attaque

- Le **XOR seul n'est pas un chiffrement sûr** — un seul morceau de clair connu casse tout
- La clé est **réutilisée** à chaque répétition → même faiblesse que Vigenère !
- En pratique, les clairs partiels sont souvent **prévisibles** : headers HTTP, en-têtes de fichiers, signatures de formats...

C'est pour ça qu'AES existe : il ne fait pas juste un XOR, il ajoute de la **confusion** (S-Box) et de la **diffusion** (ShiftRows, MixColumns) sur **10+ rounds**.

Même si l'attaquant connaît le clair et le chiffré, il **ne peut pas remonter à la clé**.

Des clairs connus partout : magic numbers




Presque tous les formats de fichiers commencent par des **octets prévisibles** :

| Format | Premiers octets (hex) | En ASCII |
|-------------|-------------------------|----------|
| PDF | 25 50 44 46 | %PDF |
| PNG | 89 50 4E 47 0D 0A 1A 0A | .PNG.... |
| JPEG | FF D8 FF | |
| ZIP | 50 4B 03 04 | PK.. |
| ELF (Linux) | 7F 45 4C 46 | .ELF |
| Script bash | 23 21 2F 62 69 6E | #!/bin |
| HTML | 3C 68 74 6D 6C | . . . |

Le chiffre de Vernam (One-Time Pad)

Inventé par **Gilbert Vernam** en 1917, perfectionné par le renseignement militaire.

Et si la clé faisait **la même taille que le message**, était **aléatoire** et **jetable** ?

-  Clé **aussi longue** que le message
-  Clé **parfaitement aléatoire** (pas un mot, pas un pattern)
-  Clé **jetable** : utilisée une seule fois, puis détruite

C'est le **masque jetable** (*One-Time Pad*) — prouvé **mathématiquement incassable** par Shannon en 1949.

L'attaque par clair connu ne marche plus : la clé retrouvée ne sert à rien pour le prochain message.

Utilisé en vrai : le téléphone rouge Moscou–Washington (1963) utilisait un chiffre de Vernam.

Problème : il faut transmettre une clé aussi longue que le message... de manière sécurisée. Inutilisable à grande échelle.



Exercice : retrouvez la clé !

Un serveur web chiffre ses pages avec un simple XOR à clé répétée.

Vous interceptez le chiffré (en hex) :

```
7F 3A 2D 3D 38 71 7F 3A 68 6E 1D 1C 06 1C 65 7F 3C 7E 7D 6E 76 38 20 22 2F 6C
```

Vous savez que la page web commence par `<html>` .

Indice : Clé = Chiffré XOR Clair . Commencez par les 6 premiers octets :

```
7F XOR 3C ('<') = ?      3A XOR 68 ('h') = ?      2D XOR 74 ('t') = ?  
3D XOR 6D ('m') = ?      38 XOR 6C ('l') = ?      71 XOR 3E ('>') = ?
```

Réponse :

```
7F XOR 3C = 43 ('C')    3A XOR 68 = 52 ('R')    2D XOR 74 = 59 ('Y')  
3D XOR 6D = 50 ('P')    38 XOR 6C = 54 ('T')    71 XOR 3E = 4F ('O')
```

La clé est **CRYPTO** — retrouvée avec seulement 6 octets de clair connu !



Maintenant on déchiffre tout !

On connaît la clé **CRYPTO** — on la répète sous le chiffré et on XOR :

```
Chiffré : 7F 3A 2D 3D 38 71 7F 3A 68 6E 1D 1C 06 1C 65 7F 3C 7E 7D 6E 76 38 20 22 2F 6C
Clé      : C R Y P T O C R Y P T O C R Y P T O C R Y P T O C R
          : 43 52 59 50 54 4F 43 52 59 50 54 4F 43 52 59 50 54 4F 43 52 59 50 54 4F 43 52
```

```
Clair    : 3C 68 74 6D 6C 3E 3C 68 31 3E 49 53 45 4E 3C 2F 68 31 3E 3C 2F 68 74 6D 6C 3E
          : < h t m l > < h 1 > I S E N < / h 1 > < / h t m l >
```

Le message déchiffré : `<html><h1>ISEN</h1></html>`

Avec 6 octets de clair connu, on a retrouvé la clé ET déchiffré **tout** le message. 🎯



Le problème de l'échange de clé



Alice et Bob

Alice et Bob veulent communiquer de manière **sécurisée**.

Ils ont AES : un algorithme de chiffrement **excellent**. ✓

Mais pour utiliser AES, ils doivent partager une **clé secrète**. 🔑

Comment ? 🤔

❌ Option 1 : envoyer la clé sur le réseau



Si Eve intercepte la clé → elle peut **tout déchiffrer**. 🧟

❌ Option 2 : se rencontrer physiquement

👤 Alice et Bob se retrouvent dans un café et échangent une clé USB.

Problèmes :

- 🌍 **Pas scalable** : un serveur web a des millions de visiteurs
- ✈️ **Pas pratique** : Alice est à Paris, Bob est à Tokyo
- 💀 **Un seul échange compromis** → tout est compromis
- ↻ **Changement de clé** : il faudrait se revoir à chaque fois



Le paradoxe

Pour communiquer de manière sécurisée, il faut une **clé partagée**.

Pour partager une clé de manière sécurisée, il faut un **canal sécurisé**.










Pour avoir un canal sécurisé, il faut une **clé partagée**...

C'est un cercle vicieux. 

C'est **le** problème fondamental de la cryptographie symétrique.

"Comment Alice et Bob peuvent-ils se mettre d'accord sur une clé secrète sans jamais se rencontrer et sans qu'Eve puisse la connaître ? 🤔"
Réponse au CM3...





À retenir

-  **DES** (56 bits) cassé en 1999 — compromis politique NSA
-  **2DES** : inutile → attaque meet-in-the-middle (sécurité ~57 bits)
-  **3DES** (112 bits effectifs) : patch temporaire, deprecated en 2023
-  **AES** : compétition ouverte, 4 opérations (SubBytes, ShiftRows, MixColumns, AddRoundKey)
-  **SubBytes** = confusion (S-Box), **ShiftRows + MixColumns** = diffusion
-  **ECB est dangereux** : les patterns sont visibles ( effet pingouin)
-  **CBC est sûr** : chaînage + IV aléatoire cache les patterns
-  Le chiffrement symétrique a un problème : **l'échange de clé** → CM3



TD2 : AES en pratique

Vous allez :

-  Implémenter le chiffrement AES en **ECB** et **CBC**
-  Voir l'**effet pingouin** sur une image BMP
-  Comprendre concrètement pourquoi ECB est dangereux
-  Comparer ECB et CBC sur des blocs identiques

? Questions ?

CM2 · Cryptographie symétrique